Bahnbestimmung des ersten Kometen 1857.

Von **M. Löwy.**

(Vorgelegt in der Sitzung vom 17. März 1859.)

Die Entdeckung des ersten Kometen 1857 erfolgte am 22. Februar Morgens in Leipzig. Er erschien dem Herrn Entdecker Professor d'Arrest als ein ziemlich heller Nebel von ungefähr 1'5 Durchmesser, wodurch er auch sogleich in den darauffolgenden Tagen an vielen Sternwarten ohne Schwierigkeit beobachtet werden konnte. Die verhältnissmässig sehr lange kometenlose Zeit, die der Entdeckung vorausging, veranlasste, dass zahlreiche Beobachtungen desselben fast an allen Sternwarten des Continentes, die sich mit Kometenbeobachtungen befassen, angestellt wurden, und da es wünschenswerth war, dass die so reiche allmählich veröffentlichte Beobachtungsreihe auch entsprechend verwendet werde, so bestimmte mich dies, mittelst derselben eine vollständige Untersuchung der Bewegung des Kometen vorzunehmen. Ich habe alle Beobachtungen, 252 an der Zahl, welche zur Bahnbestimmung benützt wurden, den Astronomischen Nachrichten entnommen. Die letzte Beobachtung erfolgte am 3. Mai zu Genf, und der geocentrische Weg von der ersten bis zur letzten Beobachtung beträgt 270°.

Über die physische Beschaffenheit des Kometen habe ich folgende Notizen gesammelt:

Herr Dr. Winnecke, damals zu Bonn, bemerkt (Astronomische Nachrichten Nr. 1074): Der Komet ist sehr hell, so dass eine 150fache Vergrösserung mit Vortheil zu gebrauchen war. Der Kern, den er bei schwächerer Vergrösserung zu haben scheint, löst sich bei dieser in verdichtete Nebelmaterie auf. Ein Schweif wurde mit Sicherheit nicht erkannt, es konnte jedoch am 3. März eine schwache Verlängerung der Koma in der Richtung zur Sonne wahrgenommen werden. Durchmesser an diesem Tage 2·5 Bogenminuten.

Herr Dr. Julius Schmidt, damals zu Olmütz (Astronomische Nachrichten Nr. 1087), sieht am 26. März deutlich eine 4—5 Minuten lange Schweifspur, die von ihm noch am 1. April trotz des hellen Mondenlichtes wahrgenommen wurde und noch am 17. April erkennbar blieb. Nach den Messungen desselben variirte die Grösse des jedesmal der Sonne zugerichteten Halbmessers des Lichtnebels von 2 bis 2·64 Bogenminuten.

Herr Dr. G. Rümker (Astronomische Nachrichten Nr. 1089) sagt darüber am 13. März: Der Komet scheint bei 90facher Vergrösserung einen deutlichen Kern zu haben, am 16. März: es ist eine stark condensirte Nebelmasse um den Kometen, und am 18. März: von einem Schweife ist nichts zu sehen, die Koma um den Kometen ist dichter und grösser, doch scheint ein sternartiger Punkt unfern der Mitte zu sein.

Herr Dr. W. Förster (Astronomische Nachrichten Nr. 1113) sieht noch bei 214facher Vergrösserung einen sternartigen Kern. Durchmesser 1'5. Bei dem Kometen wurde keine bestimmte Entwickelung oder Ausströmung bemerkt.

Genäherte Bahnbestimmungen findet man zahlreich in den Astronomischen Nachrichten veröffentlicht. Sie sind von den Herren Pape, Förster, Winneke, Trettenero, Galle, Donati, d'Arrest, Plantamour, Fouque mitgetheilt worden, gründen sich zumeist auf isolirte Beobachtungen aus der ersteren Zeit der Sichtbarkeit, und die zuletzt von Herrn Dr. Rudolf Schulze durchgeführte schätzenswerthe Arbeit, welche eine schöne Übereinstimmung mit den von mir zuletzt gefundenen Resultaten zeigt, beruht auf 48 ihm bis damals bekannten Beobachtungen.

Ich habe zur Berechnung genauerer Elemente, welche als Grundlage für die letzte Ausfeilung dienen sollten, die des Herrn Pape mir damals zuerst bekannten genaueren Elemente II angewendet:

Perihelszeit 1857, März	21·39349	mittlere Berliner Zeit.
π	74° 49′ 11″4	mittleres Äquinoctium 0 Jänner 1857.
Ω	313 12 58·2	
i	87 57 6·7	
Log. q	9·887693	

Bewegung direct.

Aus diesen Elementen habe ich die erste genaue Ephemeride für jeden zweiten Tag direct abgeleitet und nach gehöriger Befreiung

von Aberration und Parallaxe die 18 nachstehenden Beobachtungen mit ihr verglichen:

Gruppe I.

Hamburg	1857,	Feb.	25
„	„	„	„
Altona	„	„	„
„	„	„	„
Berlin	„	„	26
Königsberg	„	März	1
Wien	„	„	3
„	„	„	„

Gruppe II.

Altona	1857,	März	15
„	„	„	16
Genf	„	„	17
Altona	„	„	„
„	„	„	„

Gruppe III.

Genf	1857,	April	1
„	„	„	2
„	„	„	3

Gruppe IV.

Wien	1857.	April	18
„	„	„	20

woraus sich die folgenden 4 Normalörter ergeben haben:

Datum			Länge			Breite		
1857, März		1	−20°	18′	34″03	38°	0′	3″52
„	„	17	+12	33′	53·13	40	52	13·31
„	April	2	52	49	3·69	27	31	25·80
„	„	19	78	39	20·41	5	51	13·63

Zur Gewinnung der verbesserten Elemente habe ich die Olbers-sche Methode angewendet, indem ich die Bahn durch den ersten und letzten Ort legte und sie nach der Theorie der kleinsten Quadrate möglichst genau den beiden anderen anschloss. Ich fand auf diesem Wege die nachstehenden parabolischen Elemente:

Perihelszeit 1857, März	21·400505	mittlere Berliner Zeit.
π	74° 43′ 34″1	mittleres Äquinoctium 1857, 0 Jänner.
☊	313 9 20·4	
i	87 56 13·1	
Log. q	9·8879071	

Bewegung direct, wobei die folgenden Fehler noch bei directer Vergleichung Statt haben:

Normalort	$d\lambda$	$d\beta$
1	0″04	0″00
2	−0·42	−8·14
3	+1·82	+0·97
4	0·00	0·00

Mit den gewonnenen Elementen habe ich eine neue genau siebenstellige Ephemeride entworfen; sie ist aus denselben direct für jeden Tag abgeleitet worden, und ich theile sie hier mit, damit eine genauere Ephemeride des Kometen bekannt werde.

Für 0^h mittlere Berliner Zeit:

Datum	Scheinbare Rectascension	Scheinbare Declination	Log. der Entfernung von der Sonne	Log. der Entfernung von der Erde
1857, Febr. 23	320° 51′ 22″4	22° 16′ 40″8	9·9659907	0·1842354
24	321 38 35·1	23 2 36·7	9·9611995	0·1779690
25	322 27 48·4	23 49 33·3	9·9564723	0·1716127
26	323 19 11·1	24 37 30·6	9·9518173	0·1651708
27	324 12 53·1	25 26 28·4	9·9472433	0·1586483
28	325 9 5·1	26 16 26·2	9·9427599	0·1520511
März 1	326 7 58·2	27 7 23·0	9·9383771	0·1453851
2	327 9 45·2	27 59 17 0	9·9341043	0·1386586
3	328 14 39·1	28 52 6·1	9·9299525	0·1318798
4	329 22 54·5	29 45 47·4	9·9259325	0·1250594
5	330 34 46·7	30 40 17·0	9·9220545	0·1182078
6	331 50 32·2	31 35 30·5	9·9183305	0·1113383
7	333 10 28·9	32 31 21·7	9·9147711	0·1044650
8	334 34 55·3	33 27 43·6	9·9113875	0·0976036
9	336 4 10·9	34 24 28·1	9·9081913	0·0907717
10	337 38 36·4	35 21 24·4	9·9051931	0·0839886
11	339 18 32·6	36 18 21·1	9·9024037	0·0772753
12	341 4 21·2	37 15 4·0	9·8998332	0·0706546
13	342 56 23·2	38 11 17·2	9·8974915	0·0641509

Datum	Scheinbare Rectascension			Scheinbare Declination			Log. der Entfernung von der Sonne	Log. der Entfernung von der Erde
1857, März 14	344°	54′	59″2	39°	6′	42″7	9·8953881	0·0577914
15	347	0	28·5	40	1	0·6	9·8935311	0·0515993
16	349	13	9·6	40	53	44·9	9·8919283	0·0456141
17	351	33	15·0	41	44	33·7	9·8905867	0·0398571
18	354	0	54·9	42	32	58·2	9·8895119	0·0343628
19	356	36	12·7	43	18	29·1	9·8887085	0·0291531
20	359	19	5·2	44	0	35·7	9·8881803	0·0242902
21	2	9	20·4	44	38	46·5	9·8879295	0·0197756
22	5	6	36·5	45	12	29·7	9·8879571	0·0156501
23	8	10	20·6	45	41	15·1	9·8882633	0·0119335
24	11	19	48·4	46	4	34·2	9·8888467	0·0086830
25	14	34	5·2	46	22	1·6	9·8897043	0·0058930
26	17	52	5·8	46	33	16·8	9·8908327	0·0035951
27	21	12	36·4	46	38	4·4	9·8922267	0·0018073
28	24	34	17·8	46	36	15·5	9·8938807	0·0005433
29	27	55	47·7	46	27	48·0	9·8957872	9·9998116
30	31	15	45·2	46	12	46·8	9·8979389	9·9996169
31	34	32	54·5	45	51	23·5	9·9003267	9·9999586
April 1	37	45	59·5	45	23	56·0	9·9029417	0·0008316
2	40	54	4·4	44	50	47·3	9·9057735	0·0022259
3	43	56	16·5	44	12	24·8	9·9088119	0·0041282
4	46	57	56·2	43	29	19·2	9·9120463	0·0065199
5	49	40	35·2	42	42	2·9	9·9154655	0·0093794
6	52	21	54·9	41	51	8·9	9·9190587	0·0126834
7	54	55	46·8	40	57	10·5	9·9228143	0·0164045
8	57	22	10·5	40	0	39·7	9·9267213	0·0205145
9	59	41	11·7	39	2	6·9	9·9307685	0·0249840
10	61	53	1·4	38	2	0·4	9·9349453	0·0297830
11	63	57	54·6	37	0	46·2	9·9392407	0·0348807
12	65	56	9·0	35	58	47·8	9·9436445	0·0402474
13	67	48	4·2	34	56	26·0	9·9481467	0·0458535
14	69	34	0·4	33	53	59·1	9·9527373	0·0516709
15	71	14	18·8	32	51	43·1	9·9574077	0·0576726
16	72	49	20·0	31	49	51·0	9·9621481	0·0638308
17	74	19	24·5	30	48	34·9	9·9669509	0·0701226
18	75	44	51·7	29	48	4·1	9·9718075	0·0765245
19	77	6	0·6	28	48	26·4	9·9767107	0·0830156
20	78	23	9·4	27	49	47·8	9·9816531	0·0895760
21	79	36	33·8	26	52	13·3	9·9866283	0·0961881
22	80	46	30·4	25	55	46·6	9·9916297	0·1028351

Datum	Scheinbare						Log. der Entfernung	
	Rectascension			Declination			von der Sonne	von der Erde
1857, April 23	81°	53′	13″6	25°	0′	30″3	9·9966517	0·1095022
24	82	56	57·3	24	6	26·2	0·0016887	0·1161759
25	83	57	53·6	23	13	35·4	0·0067355	0·1228442
26	84	56	14·8	22	21	58·1	0·0117875	0·1294963
27	85	52	11·5	21	31	34·7	0·0168407	0·1361212
28	86	45	53·6	20	42	23·9	0·0218905	0·1427140
29	87	37	30·6	19	54	25·3	0·0269337	0·1492639
30	88	27	10·9	19	7	37·6	0·0319667	0·1557657
Mai 1	89	15	2·6	18	21	59·3	0·0369863	0·1622135
2	90	1	12·9	17	37	29·1	0·0419899	0·1686023
3	90	45	48·6	16	54	4·9	0·0469745	0·1749280

Aus der Vergleichung aller mir bekannten Beobachtungen mit der neuen Ephemeride habe ich die in dem nachstehenden Schema übersichtlich zusammengestellten Unterschiede der Äquators-Coordinaten bekommen:

Nummer	Datum		Beobachtungsort	Rechnung — Beobachtung	
				$d\alpha$	$d\delta$
1	Febr.	23·676	Leipzig	—31″31	— 7″50
2		23·704	„	—11·62	— 8·28
3		24·692	„	— 4·32	+21·12
4		25·704	Hamburg	— 0·04	. . . . . .
5		25·705	„	+ 4·76	. . . . . .
6		25·705	„	. . . . .	— 2·37
7		25·708	„	. . . . .	+15·99
8		25·709	„	. . . . .	— 7·26
9		25·717	„	. . . . .	+28·95
10		25·717	Altona	+ 9·41	. . . . . .
11		25·724	„	. . . . .	—19·36
12		26·696	Leipzig	— 2·58	+1′ 4·00
13		26·722	Berlin	— 2·39	+ 5·16
14		28·754	Redhill	+1′ 3·77	+ 8·28
15	März	1·685	Königsberg . . .	— 8·65	— 1·70
16		2·685	Bonn	—10·92	— 4·62
17		2·703	„	—13·58	— 2·74
18		2·716	Leiden	—10·12	—26·58

Nummer	Datum		Beobachtungsort	Rechnung — Beobachtung	
				$d\alpha$	$d\delta$
19	März	3·655	Kremsmünster . .	+13"95	+10"05
20		3·657	Wien	+ 2·72	+16·62
21		3·659	Königsberg	— 3·34	— 8·55
22		3·675	Breslau	—23·85	—25·40
23		3·678	Kremsmünster . .	— 0·26	— 9·78
24		3·679	Wien	— 5·12	+ 6·36
25		3·684	Bonn	—10·61	— 1·63
26		4·638	Wien	. . . . .	+ 9·70
27		4·650	„	—12·86	. . . . . .
28		4·727	Cambridge	— 9·53	+ 4·17
29		5·718	Florenz	— 6·52	+28·99
30		5·743	Genf	— 6·20	+38·09
31		6·701	Padua	+ 1·89	— 2·35
32		6·716	Florenz	+11·27	+ 3·41
33		6·730	Genf	— 1·12	+ 9·83
34		10·676	Berlin	+ 4·17	+16·65
35		11·714	Florenz	+ 3·16	+ 8·42
36		12·338	Berlin	— 3·27	+ 2·22
37		12·359	Christiania	—14·43	+ 2·36
38		12·696	Genf	—14·21	+ 3·62
39		12·699	„	—16·63	+16·46
40		12·706	Rom	—7′ 41·39	—25′ 20·43
41		12·706	„	—7 59·09	. . . . . .
42		12·708	Padua	— 9·63	—14·58
43		13·327	Genf	— 2·68	+ 5·19
44		13·331	Altona	+ 1·39	+ 3·27
45		13·338	Leiden	— 1·47	+ 5·73
46		13·355	Hamburg	— 6·04	— 6·10
47		13·355	„	—11·29	. . . . . .
48		13·356	„	— 6·42	— 4·96
49		13·678	Bonn	— 7·30	+ 1·75
50		14·335	Breslau	+ 7·53	+ 7·07
51		14·346	Christiania	— 7·46	+ 5·71
52		15·323	Altona	—16·84	+ 3·64
53		15·335	Bonn	— 6·11	+ 4·75
54		15·341	Leiden	+ 0·44	+ 6·63
55		15·614	Berlin	+ 4·14	+ 3·21
56		15·656	Leipzig	—10·87	+37·80
57		16·334	Leiden	+ 3·14	+ 5·05
58		16·337	Berlin	+ 5·46	+ 5·79

Nummer	Datum		Beobachtungsort	Rechnung — Beobachtung	
				$d\alpha$	$d\delta$
59	März	16·338	Leipzig	+21"21	+28"30
60		16·339	Altona	— 4·33	+ 2·99
61		16·341	Hamburg	+ 7·44	+ 0·65
62		16·351	„	+ 2·23	+ 5·39
63		16·357	Berlin	— 0·29	+ 5·98
64		16·679	Leipzig	+13·81	—24·29
65		17·303	Olmütz	—10·49	+14·80
66		17·303	Rom	—59·39	+43·44
67		17·320	Wien	— 6·54	+16·79
68		17·324	Genf	— 5·83	+ 7·36
69		17·332	„	+26·16	+20·04
70		17·339	Leipzig	— 1·67	+ 4·31
71		17·346	Altona	+13·62	. . . . . .
72		17·346	Breslau	+ 4·36	+15·56
73		17·347	Altona	. . . . .	+24·36
74		17·353	Leiden	+27·52	+19·58
75		17·366	Bonn	— 1·11	+11·10
76		17·379	Christiania	+ 1·45	+15·06
77		17·386	„	+ 8·13	+17·17
78		17·681	Leipzig	— 5·44	+ 9·81
79		17·683	Kremsmünster . .	+13·96	+12·78
80		18·292	Olmütz	+ 4·85	+ 6·83
81		18·328	Altona	+ 3·23	. . . . . .
82		18·330	Hamburg	+ 8·70	+23·30
83		18·330	Altona	. . . . . .	+ 0·07
84		18·343	Leipzig	—30·81	. . . . . .
85		18·359	Breslau	—18·83	— 5·90
86		18·364	Berlin	—6′ 30·25	+2′ 2·68
87		18·677	Kremsmünster . .	+ 6·62	+13·76
88		19·347	Florenz	—19·55	+10·44
89		19·363	Breslau	—16·22	—35·24
90		19·389	Berlin	+ 8·89	+13·11
91		20·286	Olmütz	+34·48	+19·78
92		20·320	„	+14·89	+14·35
93		20·333	„	+29·19	+16·04
94		20·334	Leiden	+ 4·24	+ 9·40
95		20·375	Berlin	+15·03	+ 8·18
96		20·387	Bonn	+ 6·44	+ 8·39
97		21·676	Kremsmünster . .	—52·59	— 0·98
98		22·480	Leiden	+ 5·56	+13·39

Nummer	Datum		Beobachtungsort	Rechnung — Beobachtung	
				$d\alpha$	$d\delta$
99	März	23·315	Kremsmünster . .	+19ˢ87	+ 9ˢ63
100		23·423	Redhill	+15·96	+20·48
101		24·338	Genf	+ 6·34	+ 4·94
102		24·346	„	+13·39	+ 6·66
103		24·361	„	+25·93	+10·57
104		24·395	Bonn	+ 7·47	+12·30
105		24·541	Leiden	+17·34	+ 5·14
106		26·308	Olmütz	+10·11	+16·49
107		26·397	Leiden	+1′ 18·12	. . . . . .
108		26·402	„	. . . . .	+ 3′ 8·01
109		28·307	Olmütz	+ 0·26	+ 2 6·89
110		28·320	„	+ 9·94	. . . . . .
111		28·327	„	+14·74	+ 2 11·00
112		28·349	Rom	—8 9·64	+18 53·97
113		28·374	Cambridge	+ 8·67	+14·78
114		28·399	Genf	+14·66	+ 5·17
115		28·461	Christiania	— 5·12	+ 9·75
116		29·324	Kremsmünster . .	+ 1·45	+ 6·09
117		29·355	Christiania	+13·94	+ 9·88
118		30·326	Olmütz	+24·41	+21·87
119		30·330	Kremsmünster . .	+17·78	+ 2·78
120		30·339	Christiania	+14·50	+12·46
121		30·349	Florenz	+25·20	+ 1·42
122		30·365	Olmütz	— 2·77	+ 7·90
123		30·377	Wien	+ 7·16	+ 1·56
124		30·378	Berlin	+19·39	+ 6·52
125		30·424	Breslau	+51·54	—46·89
126		31·317	Kremsmünster . .	+28·58	+ 2·66
127		31·354	Olmütz	+18·98	+10·28
128		31·364	„	+14·26	+ 8·17
129		31·379	„	+15·38	+13·67
130		31·395	Altona	. . . . .	—19·36
131		31·405	„	+21·57	. . . . . .
132	April	1·313	Olmütz	+ 0·71	+ 8·10
133		1·323	Kremsmünster . .	+11·86	+ 6·47
134		1·366	Genf	+ 1·03	—14·28
135		1·376	„	+13·77	+11·26
136		1·378	Florenz	— 3·24	+ 7·64
137		2·366	Christiania	+25·83	+ 6·61
138		2·367	Wien	+ 2·32	+10·30

Nummer	Datum		Beobachtungsort	Rechnung — Beobachtung	
				$d\alpha$	$d\delta$
139	April	2·405	Cambridge	+24ˢ73	+17ˢ43
140		2·417	Leiden	+23·89	+ 4·49
141		2·435	Kremsmünster . .	+26·47	+ 4·09
142		3·356	Genf	+ 5·94	+ 8·51
143		3·362	Olmütz	+31·22	— 3·75
144		3·366	Genf	+ 6·20	+ 6·34
145		3·389	Florenz	+12·62	+ 4·43
146		3·430	Wien	— 3·47	+ 1·80
147		4·313	Olmütz	+15·31	+ 3·13
148		4·353	Genf	+19·12	+10·89
149		4·361	Florenz	+23·94	+ 4·90
150		4·361	Genf	+15·86	— 2·58
151		4·361	„	+20·96	+ 4·42
152		4·365	Padua	+22·95	+ 5·24
153		4·388	Kremsmünster . .	+19·21	+ 4·23
154		5·340	„ . .	+16·76	— 4·57
155		5·342	Olmütz	+13·64	+ 9·44
156		6·351	„	+15·07	+ 2·71
157		7·326	Rom	—6′ 5·44	+25′ 30·38
158		7·361	Genf	+13·87	+ 5·00
159		7·365	Florenz	+ 3·70	+ 4·92
160		8·342	Rom	+ 6·24	. . . . . .
161		8·342	„	+30·62	— 1 3·14
162		8·342	„	+12·06	— 1 1·18
163		8·342	„	+16·05	. . . . . .
164		8·356	Padua	+36·60	— 3·97
165		8·357	Kremsmünster . .	+ 7·44	+ 1·98
166		8·362	Florenz	+ 7·59	+25·33
167		8·365	Olmütz	+18·17	+12·36
168		8·415	Berlin	+22·39	+ 3·81
169		9·337	Rom	+1 40·18	+ 7·94
170		9·337	„	+1 14·86	. . . . . .
171		9·337	„	+1 24·76	. . . . . .
172		9·337	„	+1 29·20	+ 1·75
173		9·440	Königsberg . . .	+26·92	— 7·00
174		10·359	Kremsmünster . .	+ 0·53	— 2·82
175		11·371	„ . .	+12·83	+ 8·51
176		11·380	Olmütz	+ 9·57	+ 0·62
177		12·456	Leiden	+1 44·43	+ 2·23
178		13·352	Leipzig	+ 9·32	+ 3·53

Nummer	Datum	Beobachtungsort	Rechnung — Beobachtung	
			$d\alpha$	$d\delta$
179	April 13·436	Padua	+11″77	+ 9″73
180	13·451	Berlin	— 0·48	+11·44
181	14·347	Olmütz	+19·69	+ 0·55
182	14·359	„	+12·68	+ 1·21
183	14·402	Florenz	+18·33	+ 3·68
184	15·341	Rom	+23·47	—1′ 4·41
185	15·377	Leiden	+1′ 41·68	+11·11
186	15·427	Cambridge	— 9·61	+22·35
187	15·439	Königsberg . . .	+12·00	+10·53
188	16·349	Genf	+ 8·55	+12·79
189	16·389	„	+16·11	+17·40
190	16·400	Cambridge	+ 2·98	+15·56
191	16·406	Königsberg	— 1·43	— 8·39
192	17·364	Altona	+ 3·00	. . . . . .
193	17·369	Kremsmünster . .	— 9·84	+ 4·32
194	17·374	Genf	+25·45	+ 7·00
195	17·374	Altona	. . . .	+ 1·16
196	17·389	Leiden	+19·53	+ 5·69
197	17·417	Florenz	+21·05	+ 9·77
198	17·431	Königsberg	+1 18·22	—17·36
199	17·441	Bonn	— 2·91	+11·34
200	18·343	Palermo	+33·85	— 1·48
201	18·344	Padua	+11·18	+ 0·40
202	18·345	Wien	+ 3·04	— 1·81
203	18·346	Palermo	+38·50	+ 8·29
204	18·346	„	+39·16	+ 8·30
205	18·349	Olmütz	— 1·38	+10·65
206	18·357	Berlin	+20·44	+ 3·10
207	18·370	Kremsmünster . .	— 3·45	+13·00
208	18·390	Königsberg . . .	+23·59	+ 1·24
209	18·391	Genf	+ 7·40	+ 3·87
210	18·392	Breslau	+44·32	+18·95
211	18·401	Leiden	+24·04	+ 2·24
212	19·337	Olmütz	+17·62	+14·52
213	19·340	Padua	+23·24	+ 2·76
214	19·360	Palermo	+28·09	+10·37
215	19·361	Berlin	+17·80	+15·76
216	19·369	Kremsmünster . .	+ 5·76	+22·34
217	19·373	Olmütz	+15·02	+12·09
218	19·386	„	+ 6·12	+ 6·49

Nummer	Datum		Beobachtungsort	Rechnung — Beobachtung	
				$d\alpha$	$d\delta$
219	April	19·393	Leiden	+20"30	+12"56
220		19·393	Genf	+12·22	+ 7·89
221		19·396	Olmütz	+27·24	+ 2·60
222		19·459	Bonn	+14·71	— 2·77
223		20·341	Olmütz	+ 4·35	+ 3·14
224		20·345	Padua	+13·90	+ 1·63
225		20·356	Olmütz	+19·79	+13·01
226		20·369	Leipzig	+16·87	+ 1·20
227		20·370	Kremsmünster . .	— 7·65	+ 3·76
228		20·375	Königsberg	+15·01	—18·06
229		20·380	Berlin	+17·92	+10·00
230		20·380	Wien	+ 3·75	+ 3·58
231		20·388	Breslau	+19·47	+23·57
232		20·393	Genf	+22·21	+13·17
233		20·401	Leiden	+16·99	+11·14
234		21·344	Rom	+45·54	. . . . . .
235		21·344	„	+50·79	. . . . . .
236		21·344	„	+52·17	—51·82
237		21·344	„	+53·95	—48·66
238		21·383	Florenz	+19·03	+ 5·43
239		22·358	Olmütz	+ 9·14	+11·98
240		22·384	„	+10·29	+ 6·69
241		24·380	Genf	+18·21	+14·09
242		25·388	„	+13·44	+ 3·71
243		25·390	Königsberg	+41·06	+12·58
244		25·397	Genf	+ 5·21	+12·62
245		25·410	Florenz	+24·55	+ 2·24
246		26·407	Genf	+11·74	— 0·42
247		26·370	Florenz	+ 9·40	+ 7·50
248		29·370	Rom	— 1′ 56·61	+33′ 56·14
249		30·366	Florenz	— 3·83	+ 1·31
250	Mai	1·365	„	+ 1·64	+15·48
251		2·359	„	—15 20·84	— 4 35·63
252		2·382	Genf	9·34	+27·25

Bemerkungen.

Die Beobachtung aus Leipzig vom 26. Februar wurde in Declination ausgeschlossen. Sie war vom Herrn Beobachter selbst in dieser Coordinate als unsicher angegeben.

Beobachtung aus Redhill vom 28. März in Rectascension ausgeschlossen.

Bei der Beobachtung aus Genf vom 6. März scheint ein Druckfehler stattgefunden zu haben, es soll die Declination statt 33°16'0"5 32°16'0"5 angegeben sein. Ich habe sie nach dieser Verbesserung mit benützt.

Alle hier verglichenen römischen Beobachtungen, an der Pontificia specula angestellt, habe ich, da die seltene Übereinstimmung einzelner nur zufällig zu sein scheint, weggelassen. Eben desshalb wurden die noch übrigen vorhandenen nicht berücksichtigt.

Die Beobachtung aus Leipzig vom 15. März, wegen des etwas zu grossen Ausschlages, in Declination ausgeschlossen. Obwohl die Beobachtungen aus der ersteren Zeit als minder verlässlich angegeben waren, so zeigten sie doch eine so gute Übereinstimmung, dass ich sie bis auf einige wenige ohne weiters benützen konnte.

Leipzig. März 18. In Rectascension weggelassen.

Berlin. März 18. Der Ort des Vergleichsternes scheint unrichtig, die Beobachtung ist weggelassen worden.

Breslau. März 19. In Declination ausgeschlossen.

Kremsmünster. März 21. Nicht benützt.

Leiden. Der Ort des Vergleichsternes vom Beobachter als unsicher angegeben. Die Beobachtung wurde ausgeschlossen.

Olmütz. Die beiden Declinations-Beobachtungen des 28. März weggelassen.

Kremsmünster. März 29. Es scheint bei der Declinations-Beobachtung ein Schreibfehler vorhanden zu sein. Nach der Weglassung desselben ist die Beobachtung mitgenommen worden.

Breslau. Scheint noch eine kleine Unrichtigkeit im Vergleichsterne Statt zu haben. Die Beobachtung wurde nicht mitgenommen.

Altona. März 31. Die Beobachtung, vom Herrn Beobachter als minder sicher mitgetheilt, habe ich blos in Declination nicht mit benützt.

Genf. April 1·366. Die Bemerkung des Herrn Beobachters hatte ich zuerst übersehen, ich konnte dadurch die Declinations-Beobachtung nicht mehr benützen. Fügt man den dort mitgetheilten Werth einer Mikrometer-Umdrehung dazu, so stimmt die Beobachtung vortrefflich.

Leiden. April 12. In Rectascension ausgeschlossen.

Padua. April 12. Die Declination um 30′ zu gross angegeben. Nach der Correction ist die Beobachtung benützt worden.

Leiden. April 15. In Rectascension nicht mitgenommen worden.

Leiden. April 17. Die Beobachtung ist in Rectascension um 10 Zeitminuten zu klein mitgetheilt. Sie ist nach der Vergrösserung weiter verwendet worden.

Königsberg. April 17. Die Beobachtung wurde nicht benützt.

Königsberg. April 25. In Rectascension ausgeschlossen.

Florenz. Mai 2. Die Beobachtung wurde weggelassen.

Es bleiben also noch für die Bahnbestimmung 222 Beobachtungen zu benützen. Von den Beobachtungen desselben Tages jedoch, die nicht von verschiedenen Beobachtern angestellt wurden, ist, damit nicht der Einfluss der einzelnen Beobachter zu prävalirend werde, das Mittel genommen worden. Ich vertheilte das jetzt etwas veränderte Fehlertableau in 12 Gruppen, bestehend aus den folgenden Beobachtungen:

Gruppe		in Rectascension		in Declination	
I.	enth. die Beobacht.	vom Febr. 23	bis März 1	vom Febr. 23	bis Febr. 28
II.	„ „ „	„ März 2	„ März 6	„ März 1	„ März 6
III.	„ „ „	„ März 10	„ März 14	„ März 10	„ März 14
IV.	„ „ „	„ März 15	„ März 18	„ März 15	„ März 18·4
V.	„ „ „	„ März 19	„ März 24	„ März 18·7	„ März 24
VI.	„ „ „	„ März 26	„ März 30	„ März 26	„ März 30
VII.	„ „ „	„ März 31	„ April 2	„ März 31	„ April 3
VIII.	„ „ „	„ April 3	„ April 10	„ April 4	„ April 8
IX.	„ „ „	„ April 11	„ April 16	„ April 9	„ April 16
X.	„ „ „	„ April 17	„ April 19	„ April 17	„ April 19
XI.	„ „ „	„ April 20	„ April 25·4	„ April 20	„ April 25·4
XII.	„ „ „	„ April 25·4	„ Mai 2	„ April 25·4	„ Mai 2

Wird das sich ergebende Mittel dieser Gruppen auf den Anfang des angegebenen Tages interpolirt, so erhält man die folgenden Mittelwerthe der Abweichungen:

Gruppe	Datum	Rechnung $d\alpha \cos \delta$	Beobachtung $d\delta$
I. . . .	1857, Febr. 25 . . .	— 2"74 . . .	+ 2"97
II. . . .	„ März 5 . . .	— 4·61 . . .	+ 0·87
III. . . .	„ März 13 . . .	— 3·22 . . .	+ 3·71
IV. . . .	„ März 17 . . .	+ 1·42 . . .	+ 9·11
V. . . .	„ März 21 . . .	+ 5·29 . . .	+11·07
VI. . . .	„ März 29 . . .	+ 7·73 . . .	+ 8·63
VII. . . .	„ April 2 . . .	+11·01 . . .	+ 6·75
VIII. . . .	„ April 6 . . .	+11·67 . . .	+ 5·38
IX. . . .	„ April 14 . . .	+ 6·75 . . .	+ 6·09
X. . . .	„ April 18 . . .	+12·41 . . .	+ 7·13
XI. . . .	„ April 22 . . .	+12·20 . .	+ 7·90
XII. . . .	„ April 30 . . .	+ 5·29 . . .	+ 9·00

Die Berechnung der Differentialquotienten habe ich nach den vom Herrn Dr. Weyer zusammengestellten Formeln ausgeführt. Ich wich hierbei ein wenig von dem gewöhnlichen Verfahren ab, indem ich, die kleine Mehrarbeit nicht scheuend, sogleich untersuchte, welcher Kegelschnitt im Allgemeinen den Beobachtungen am Besten entspreche. Es wurde auch, damit die Rechnung sich gleichförmiger gestalte, für dT, dq, de respective $10000\,dT$, $1000000\,dq$. $10000\,de$ eingeführt. Gibt man ferner den Werthen der n die Gewichte, wie sie ihnen nach der Anzahl der Beobachtungen, aus welchen sie gebildet sind, als Mittelwerthe zukommen, multiplicirt man also:

Gleichung	I.	mit	$\sqrt{6}$	Gleichung	XIII.	mit	$\sqrt{6}$
„	II.	„	$\sqrt{16}$	„	XIV.	„	$\sqrt{16}$
„	III.	„	$\sqrt{13}$	„	XV.	„	$\sqrt{6}$
„	IV.	„	$\sqrt{25}$	„	XVI.	„	$\sqrt{24}$
„	V.	„	$\sqrt{14}$	„	XVII.	„	$\sqrt{13}$
„	VI.	„	$\sqrt{13}$	„	XVIII.	„	$\sqrt{12}$
„	VII.	„	$\sqrt{12}$	„	XIX.	„	$\sqrt{15}$
„	VIII.	„	$\sqrt{21}$	„	XX.	„	$\sqrt{15}$
„	IX.	„	$\sqrt{12}$	„	XXI.	„	$\sqrt{16}$
„	X.	„	$\sqrt{24}$	„	XXII.	„	$\sqrt{24}$
„	XI.	„	$\sqrt{15}$	„	XXIII.	„	$\sqrt{15}$
„	XII.	„	$\sqrt{5}$	„	XXIV.	„	$\sqrt{6}$

so werden die 24 Differentialgleichungen, welche die Änderungen der Rectascension und Declination aus den Differentialen der Elemente geben, sich in folgender Weise herausstellen:

Rectascension.

$$0_n{\cdot}82750 + 8_n{\cdot}83436\,d\pi + 9_n{\cdot}41938\,d\Omega + 0_n{\cdot}14099\,di + 9_n{\cdot}13807\,dT' + 8{\cdot}73961\,dq' + 0{\cdot}15406\,de' = 0$$

$$1{\cdot}26577 + 9{\cdot}79504\,d\pi + 9{\cdot}76864\,d\Omega + 0{\cdot}36815\,di + 9{\cdot}73140\,dT' + 8{\cdot}63166\,dq' + 0{\cdot}42191\,de' = 0$$

$$1{\cdot}06516 + 0{\cdot}10067\,d\pi + 0{\cdot}23716\,d\Omega + 0{\cdot}29363\,di + 9{\cdot}97793\,dT' + 7{\cdot}68230\,dq' + 0{\cdot}31529\,de' = 0$$

$$0{\cdot}85055 + 0{\cdot}36887\,d\pi + 0{\cdot}51356\,d\Omega + 0{\cdot}38518\,di + 0{\cdot}23871\,dT' + 8{\cdot}49096\,dq' + 0{\cdot}28291\,de' = 0$$

$$1{\cdot}29679 + 0{\cdot}33827\,d\pi + 0{\cdot}47223\,d\Omega + 0{\cdot}16322\,di + 0{\cdot}20701\,dT' + 8{\cdot}55727\,dq' + 9{\cdot}20764\,de' = 0$$

$$1{\cdot}44508 + 0{\cdot}39412\,d\pi + 0{\cdot}45573\,d\Omega + 9{\cdot}63951\,di + 0{\cdot}27452\,dT' + 8{\cdot}69132\,dq' + 0{\cdot}57106\,de' = 0$$

$$1{\cdot}58143 + 0{\cdot}34418\,d\pi + 0{\cdot}33168\,d\Omega + 8{\cdot}07992\,di + 0{\cdot}23980\,dT' + 8{\cdot}75384\,dq' + 0{\cdot}73876\,de' = 0$$

$$1{\cdot}72828 + 0{\cdot}39085\,d\pi + 0{\cdot}24684\,d\Omega + 9{\cdot}50664\,di + 0{\cdot}30979\,dT' + 8{\cdot}97580\,dq' + 0{\cdot}96383\,de' = 0$$

$$1{\cdot}36878 + 0{\cdot}01182\,d\pi + 9{\cdot}36889\,d\Omega + 9{\cdot}50718\,di + 0{\cdot}02222\,dT' + 9{\cdot}04748\,dq' + 0{\cdot}93034\,de' = 0$$

$$1{\cdot}78385 + 9{\cdot}97290\,d\pi + 0{\cdot}07176\,d\Omega + 9{\cdot}51279\,di + 0{\cdot}07346\,dT' + 9{\cdot}27098\,dq' + 1{\cdot}09679\,de' = 0$$

$$1{\cdot}67456 + 9{\cdot}60459\,d\pi + 0{\cdot}16331\,d\Omega + 9{\cdot}05699\,di + 9{\cdot}86815\,dT' + 9{\cdot}22553\,dq' + 1{\cdot}00278\,de' = 0$$

$$1{\cdot}07301 + 8{\cdot}75992\,d\pi + 0{\cdot}09510\,d\Omega + 9{\cdot}07937\,di + 9{\cdot}41442\,dT' + 9{\cdot}06192\,dq' + 0{\cdot}76979\,de' = 0$$

Declination.

$$0_n{\cdot}86183 + 0_n{\cdot}07946\,d\pi + 0_n{\cdot}04462\,d\Omega + 9_n{\cdot}31747\,di + 9_n{\cdot}65726\,dT' + 9{\cdot}64881\,dq' + 9{\cdot}77722\,de' = 0$$

$$0{\cdot}54158 + 0{\cdot}26661\,d\pi + 0{\cdot}25053\,d\Omega + 9{\cdot}03326\,di + 9{\cdot}92933\,dT' + 9{\cdot}86801\,dq' + 0{\cdot}21074\,de' = 0$$

$$0{\cdot}95844 + 9{\cdot}97623\,d\pi + 9{\cdot}93424\,d\Omega + 9{\cdot}31174\,di + 9{\cdot}72095\,dT' + 9{\cdot}65163\,dq' + 9{\cdot}88046\,de' = 0$$

$$1{\cdot}64962 + 0{\cdot}17606\,d\pi + 0{\cdot}05208\,d\Omega + 9{\cdot}88456\,di + 9{\cdot}96405\,dT' + 9{\cdot}94719\,dq' + 9{\cdot}90979\,de' = 0$$

$$1{\cdot}60112 + 9{\cdot}80986\,d\pi + 9{\cdot}12786\,d\Omega + 9{\cdot}91414\,di + 9{\cdot}66589\,dT' + 9{\cdot}80899\,dq' + 8{\cdot}65673\,de' = 0$$

$$1{\cdot}47560 + 9{\cdot}86239\,d\pi + 0{\cdot}24006\,d\Omega + 9{\cdot}98548\,di + 9{\cdot}48445\,dT' + 9{\cdot}80325\,dq' + 9{\cdot}17108\,de' = 0$$

$$1{\cdot}41735 + 0{\cdot}20376\,d\pi + 0{\cdot}45408\,d\Omega + 9{\cdot}96503\,di + 9{\cdot}89855\,dT' + 9{\cdot}87242\,dq' + 0{\cdot}09616\,de' = 0$$

$$1_{n}31883 + 0_{n}34528\, d\pi + 0_{n}53108\, d\Omega + 9_{n}82559\, di + 0_{n}04985\, dT' + 9{\cdot}89640\, dq' + 0{\cdot}42545\, de' = 0$$

$$1{\cdot}38668 + 0{\cdot}46805\, d\pi + 0{\cdot}56706\, d\Omega + 9{\cdot}35280\, di + 0{\cdot}15328\, dT' + 9{\cdot}94434\, dq' + 0{\cdot}70818\, de' = 0$$

$$1{\cdot}54319 + 0{\cdot}57115\, d\pi + 0{\cdot}63507\, d\Omega + 9{\cdot}05371\, di + 0{\cdot}23651\, dT' + 0{\cdot}03858\, dq' + 0{\cdot}84155\, de' = 0$$

$$1{\cdot}48568 + 0{\cdot}47259\, d\pi + 0{\cdot}50510\, d\Omega + 8{\cdot}31883\, di + 0{\cdot}11440\, dT' + 9{\cdot}93678\, dq' + 0{\cdot}75313\, de' = 0$$

$$1{\cdot}34331 + 0{\cdot}26491\, d\pi + 0{\cdot}24477\, d\Omega + 7{\cdot}24033\, di + 9{\cdot}88579\, dT' + 9{\cdot}72653\, dq' + 0{\cdot}52245\, de' = 0$$

Alle hier angeführten Zahlen sind die Logarithmen der Differential-Quotienten und der ihnen entsprechenden n. Zu ihrer Controlirung habe ich die hier zu Grunde gelegten Elemente um die folgenden Grössen verändert:

T =	März 21·400505 mittl. Berl. Zeit,		vermehrt um	— 0·00702
π =	„ 74° 43′ 34″1	mittl. Äquin.	„ „	+85″3
Ω =	„ 313 9 20·4	1857, 0 Jän.	„ „	+78·7
i =	„ 87 56 13·1		„ „	—65·9
q =	„ 0·7725154		„ „	— 0·0003809
e =	„ 1		„ „	— 0·0001

Aus directer Rechnung stellen sich dadurch die geocentrischen Differenzen der beiden Elementsysteme folgendermassen heraus:

Normalort	Datum	$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$
I.	Febr. 25	—60″99	+ 44″12
II.	März 5	—54·38	+ 48·68
III.	März 13	—46·67	+ 54·49
IV.	März 17	—42·87	+ 57·78
V.	März 21	—39·53	+ 61·71
VI.	März 29	—34·78	+ 72·95
VII.	April 2	—33·30	+ 80·57
VIII.	April 6	—32·27	+ 88·33
IX.	April 14	—31·11	+101·27
X.	April 18	—30·72	+105·35
XI.	April 22	—30·72	+107·99
XII.	April 30	—30·88	+109·83

Führt man ferner dieselben Änderungen der Elemente in die aufgestellten Differentialgleichungen ein, so bekommt man für die geocentrischen Abweichungen die Werthe:

Normalort	Datum	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
I. . . .	Febr. 25 . . .	−61″08 . . .	+ 44″19
II. . . .	März 5 . . .	−54·41 . . .	+ 48·78
III. . . .	März 13 . . .	−46·67 . . .	+ 54·50
IV. . . .	März 17 . . .	−42·87 . . .	+ 57·79
V. . . .	März 21 . . .	−39·52 . . .	+ 61·69
VI. . . .	März 29 . . .	−34·66 . . .	+ 72·86
VII. . . .	April 2 . . .	−33·24 . . .	+ 80·44
VIII. . . .	April 6 . . .	−32·24 . . .	+ 88·24
IX. . . .	April 14 . . .	−31·06 . . .	+101·22
X. . . .	April 18 . . .	−30·88 . . .	+105·30
XI. . . .	April 22 . . .	−30·79 . . .	+107·88
XII. . . .	April 30 . . .	−31·03 . . .	+109·72

Durch diese ersichtliche Übereinstimmung werden alle Differentialquotienten vollständig controlirt.

Es konnte nun die Bildung der eigentlichen Bestimmungsgleichungen, welche die unbekannten Verbesserungen der Elemente geben, vorgenommen werden. Man erhält sie nach der Methode der kleinsten Quadrate in der folgenden Weise:

$$+82\cdot491\,d\pi - 91\cdot115\,d\Omega - 15\cdot893\,di - 49\cdot152\,dT' - 8\cdot5783\,dq' + 125\cdot107\,de' + 91\cdot127 = 0$$

$$-91\cdot115\,d\pi + 118\cdot484\,d\Omega + 25\cdot062\,di + 50\cdot293\,dT' + 14\cdot290\,dq' - 68\cdot951\,de' + 348\cdot76 = 0$$

$$-15\cdot893\,d\pi + 25\cdot062\,d\Omega + 23\cdot429\,di + 10\cdot590\,dT' + 3\cdot4467\,dq' + 19\cdot955\,de' + 211\cdot03 = 0$$

$$-49\cdot152\,d\pi + 50\cdot293\,d\Omega + 10\cdot590\,di + 32\cdot104\,dT' + 3\cdot1700\,dq' - 91\cdot056\,de' - 251\cdot60 = 0$$

$$-8\cdot5783\,d\pi + 14\cdot290\,d\Omega + 3\cdot4467\,di + 3\cdot1700\,dT' + 6\cdot8335\,dq' - 17\cdot296\,de' + 261\cdot71 = 0$$

$$+125\cdot107\,d\pi - 68\cdot951\,d\Omega + 19\cdot955\,di - 91\cdot056\,dT' - 17\cdot296\,dq' \quad 640\cdot57\,de' - 16\cdot1348 = 0$$

Die hier stehenden Summen sind nach der bekannten Weise controlirt worden. Die Auflösung der Gleichungen ergibt die nachstehenden Werthe der Unbekannten:

$$\begin{aligned} d\pi &= +27''81 \\ d\Omega &= -\ 0\cdot52 \\ di &= -11\cdot70 \\ dT &= +\ 0\cdot0056857 \\ dq &= -\ 0\cdot0000233 \\ de &= -\ 0\cdot0000188 \end{aligned}$$

Da die Quadrate der einzelnen Fehler multiplicirt mit den respectiven Gewichten die Totalsumme nicht genügend sicher ergeben, so kann ihre Übereinstimmung mit der Summe der Fehlerquadrate, wie sie aus den Bedingungsgleichungen folgt, keine hinlänglich scharfe Controle gewähren. Es sind daher diese Werthe aus einer zweiten Elimination, bei der später ohnedies nothwendigen Umkehrung der Anordnung der Unbekannten, wiederholt bestimmt worden.

Die Bestimmung der Gewichte erfolgte dadurch, dass die betreffende Unbekannte bei der desshalb wiederholten Auflösung zuletzt gestellt war. Das Glied mit an wurde immer zur Controle mitgenommen. Man erhält so:

das	Gewicht	von	π	gleich	dem	Gewichte von	1·195	Beobachtungen,
„	„	„	Ω	„	„	„	1·071	„
„	„	„	i	„	„	„	3·671	„
„	„	„	T	„	„	„	0·346	„
„	„	„	q	„	„	„	0·391	„
„	„	„	e	„	„	„	13·10	„

Die Summe der Fehlerquadrate, wie sie aus den Gleichungen sich herausstellt, wird = 843·4, wodurch der mittlere Fehler einer Beobachtung $\varepsilon = \sqrt{\frac{843 \cdot 4}{172 \cdot 6}} = +2''254$ und der wahrscheinliche Fehler $= +1''520$ wird.

Es ergibt sich daraus nach der Division mit der Quadratwurzel des entsprechenden gefundenen Gewichtes:

für π	der mittlere	$= \pm 2''062$	und	der	wahrscheinl.	Fehler	$\pm 1''391$
„ Ω „	„	$= \pm 2 \cdot 179$	„	„	„	„	$\pm 1 \cdot 469$
„ i „	„	$= \pm 1 \cdot 176$	„	„	„	„	$\pm 0 \cdot 793$
„ T „	„	$= \pm 0 \cdot 0003831$	„	„	„	„	$\pm 0 \cdot 0002583$
„ q „	„	$= \pm 0 \cdot 0000036$	„	„	„	„	$\pm 0 \cdot 0000024$
„ e „	„	$= \pm 0 \cdot 0000580$	„	„	„	„	$\pm 0 \cdot 0000391$

Bringt man die Incremente mit dem gehörigen Zeichen an die zu Grunde gelegten Elemente an, so bekommt man als den wahrscheinlichsten Kegelschnitt die folgende Ellipse:

Perihelszeit	1857, März 21·406192 mittlere Berliner Zeit.		
π	„ „	74° 44′ 1″88	mittl. Äquin. 1857, 0 Jänner.
☊	„ „	313 9 19·86	
i	„ „	87 56 1·49	
q	„ „	0·7724921	
e	„ „	0·9999812	
Log. a	„ „	4·61383	
Umlaufszeit	„ „	8,332.000 Jahre,	

Bewegung direct,

wobei noch diese Fehler der Normalörter statthaben:

Normalort	Datum	$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$
I.	Febr. 25	+2″02	+3″10
II.	März 5	−0·65	−2·02
III.	März 13	−1·78	−2·74
IV.	März 17	+0·54	+1·07
V.	März 21	+1·75	+1·95
VI.	März 29	−1·50	0·00
VII.	April 2	−0·08	−0·69
VIII.	April 6	−0·19	−1·11
IX.	April 14	−4·59	−0·12
X.	April 18	+1·72	+0·34
XI.	April 22	+2·22	+0·27
XII.	April 30	−3·36	−0·42

Die vorliegende Umlaufszeit lässt sogleich durch ihre Grösse erkennen, dass sie blos als ein reines Rechnungsresultat aufzufassen sei, dem der Natur nach nicht die mindeste Sicherheit zukömmt, es wird also zunächst die Parabel vermöge des Charakters der vorhandenen Beobachtungen als der wahrscheinlichste Kegelschnitt anzunehmen sein. In der That differirt die Summe der Fehlerquadrate der beiden Elementensysteme blos um einige Secunden und die einzelnen Fehler selbst erscheinen um kaum bemerkbare Grössen unterschieden. Es zeigt sich also die Umlaufszeit durch kleine weit ausser den Grenzen der zu verbürgenden Beobachtungsgenauigkeit liegende Zahlen bestimmt, also blos als Resultat der noch vorhandenen kleinen Unsicherheiten der Normalörter. Schreitet man nun sofort nach der Ausschliessung der Differentialquotienten von de zur Bestimmung der wahrscheinlichsten Parabel, so gelangt man nach allmählicher Elimination zu den folgenden Endgleichungen:

$$
\begin{array}{rrrrrr}
82{\cdot}491\,d\pi & -91{\cdot}115\,d\Omega & -15{\cdot}8926\,di & -49{\cdot}152\;\;dT' & -8{\cdot}57832\,dq' & +\;91{\cdot}127=0\\
 & +17{\cdot}842\,d\Omega & +\;7{\cdot}5079\,di & -\;3{\cdot}998\;\;dT' & +4{\cdot}8144\;\;dq' & +449{\cdot}41\;=0\\
 & & +17{\cdot}2083\,di & +\;2{\cdot}8024\,dT' & -0{\cdot}2319\;\;dq' & +\;39{\cdot}476=0\\
 & & & +\;1{\cdot}4648\,dT' & -0{\cdot}8249\;\;dq' & -103{\cdot}034=0\\
 & & & & +4{\cdot}1746\;\;dq' & +\;92{\cdot}429=0
\end{array}
$$

Es werden daraus die Verbesserungswerthe der Elemente sich folgendermassen ergeben:

$d\pi =$	$27''44$	mit dem Gewichte von	1·552 Beobachtungen
$d\Omega = -$	1·19	„ „ „ „	7·833 „
$di =$	−12·02	„ „ „ „	12·880 „
$dT =$	0·0057869	„ „ „ „	1·318 „
$dq = -$	0·0000221	„ „ „ „	4·175 „

Die Summe der Fehlerquadrate wird hier $= 846{\cdot}0$, somit der mittlere Fehler einer Beobachtung $= \sqrt{\frac{846}{172-5}} = \pm\, 2''251$ und der wahrscheinliche $= \pm\, 1''518$, woraus nach der Division mit der Quadratwurzel der entsprechenden Gewichte:

der mittlere Fehler von	$\pi = \pm 1''807$	und der wahrsch.	$= \pm 1{\cdot}128$
„ „ „ „	$\Omega = \pm 0{\cdot}804$	„ „ „	$= \pm 0{\cdot}543$
„ „ „ „	$i = \pm 0{\cdot}627$	„ „ „	$= \pm 0{\cdot}423$
„ „ „ „	$T = \pm 0{\cdot}0001960$	„ „ „	$= \pm 0{\cdot}0001322$
„ „ „ „	$q = \pm 0{\cdot}0000010$	„ „ „	$= \pm 0{\cdot}0000007$

Bringt man wieder die Correction zu den zu Grunde gelegten Elementen, so wird das neue parabolische Elementensystem:

Perihelszeit . . .	1857, März	21·40629	mittlere Berliner Zeit.
Ω	„ „	74° 44′ 1″51	mittleres Äquinoctium
π	„ „	313 9 19·19	1857, 0 Jänner.
i	„ „	87 56 1·17	
q	„ „	0·7724933	

Bewegung direct,

wo noch folgende übrig bleibende Fehler, aus den Bedingungsgleichungen erhalten, vorkommen:

Normalort	Datum	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
I. . . .	Febr. 25 . . .	$+1''95$ . . .	+3·22
II. . . .	März 5 . . .	−0·70 . . .	−1·98
III. . . .	März 13 . . .	−1·78 . . .	−2·75
IV. . . .	März 17 . . .	+0·64 . . .	+1·03
V. . . .	März 21 . . .	+1·77 . . .	+1·90

Normalort	Datum	$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$
VI. . . .	März 29 . . .	−1·51 . . .	−0·06
VII. . . .	April 2 . . .	−0·09 . . .	−0·76
VIII. . . .	April 6 . . .	−0·21 . . .	−1·18
IX. . . .	April 14 . . .	−4·60 . . .	−0·12
X. . . .	April 18 . . .	+1·75 . . .	+0·35
XI. . . .	April 22 . . .	+2·26 . . .	+0·31
XII. . . .	April 30 . . .	−3·29 . . .	−0·35

Aus directer Rechnung resultiren sie folgendermassen:

Normalort	Datum	$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$
I. . . .	1857, Febr. 25 . . .	+1″91 . . .	+3″21
II. . . .	„ März 5 . . .	−0·73 . . .	−1·91
III. . . .	„ März 13 . . .	−1·79 . . .	−2·70
IV. . . .	„ März 17 . . .	+0·64 . . .	+1·13
V. . . .	„ März 21 . . .	+1·75 . . .	+1·91
VI. . . .	„ März 29 . . .	−1·53 . . .	+0·03
VII. . . .	„ April 2 . . .	−0·08 . . .	−0·67
VIII. . . .	„ April 6 . . .	−0·21 . . .	−1·05
IX. . . .	„ April 14 . . .	−4·57 . . .	0·00
X. . . .	„ April 18 . . .	+1·71 . . .	+0·45
XI. . . .	„ April 22 . . .	+2·26 . . .	+0·37
XII. . . .	„ April 30 . . .	−3·36 . . .	−0·30

Durch die gute Übereinstimmung beider Fehlerreihen, verbunden mit allen früher angewendeten Vorsichten, erscheint alles vollständig controlirt. Die Summe der Fehlerquadrate vor der Verbesserung war = 21651·3 und das jetzt vorhandene Minimum, nach der Multiplication in die entsprechenden Gewichte aus der letzten Fehlerreihe ist =872·13. Es wäre somit der Hauptzweck der gestellten Aufgabe „die Bestimmung der wahrscheinlichsten Bahn des Kometen“ erreicht. Um jedoch die vorliegende Arbeit nach allen Richtungen hin erschöpfend zu beenden, so folgt hier noch die kurze Untersuchung, bis zu welchen Grenzen durch die jedenfalls noch vorhandene Unsicherheit der Normalörter eine Abweichung von der Parabel im hyperbolischen oder elliptischen Sinne allenfalls noch zulässig wäre. Lässt man zu diesem Zwecke das Glied mit *de* unbestimmt und werden die übrigen wahrscheinlichsten Verbesserungswerthe der Elemente als Functionen dieses Incrementes dargestellt, so führe dies zu den folgenden Gleichungen:

$$d\pi = 1_n{\cdot}43848 + 0_n{\cdot}23130\, de'$$
$$d\Omega = 0{\cdot}07559 + 0{\cdot}54238\, de'$$
$$di = 1{\cdot}07978 + 2{\cdot}03324\, de'$$
$$dT' = 1{\cdot}76246 + 0{\cdot}75361\, de'$$
$$dq' = 1{\cdot}34519 + 0{\cdot}77202\, de'$$

und geschieht dies ebenso mit den übrig bleibenden Fehlern der Normalörter, so bekömmt man sie in der folgenden Weise als Functionen von *de* dargestellt:

Normalort	Datum	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
I. . . .	Febr. 25 . . .	$+1{\cdot}95 - 0{\cdot}486\, de'$ . . .	$+3{\cdot}22 + 0{\cdot}067\, de'$
II. . . .	März 5 . . .	$-0{\cdot}70 - 0{\cdot}244\, de'$ . . .	$-1{\cdot}98 - 0{\cdot}492\, de'$
III. . . .	März 13 . . .	$-1{\cdot}78 - 0{\cdot}055\, de'$ . . .	$-2{\cdot}75 - 0{\cdot}023\, de'$
IV. . . .	März 17 . . .	$+0{\cdot}64 - 0{\cdot}033\, de'$ . . .	$+1{\cdot}03 - 0{\cdot}149\, de'$
V. . . .	März 21 . . .	$+1{\cdot}77 - 0{\cdot}011\, de'$ . . .	$+1{\cdot}90 - 0{\cdot}249\, de'$
VI. . . .	März 29 . . .	$-1{\cdot}51 - 0{\cdot}049\, de'$ . . .	$-0{\cdot}06 - 0{\cdot}327\, de'$
VII. . . .	April 2 . . .	$-0{\cdot}09 - 0{\cdot}083\, de'$ . . .	$-0{\cdot}76 - 0{\cdot}290\, de'$
VIII. . . .	April 6 . . .	$-0{\cdot}21 - 0{\cdot}086\, de'$ . . .	$-1{\cdot}18 - 0{\cdot}222\, de'$
IX. . . .	April 14 . . .	$-4{\cdot}60 + 0{\cdot}027\, de'$ . . .	$-0{\cdot}12 - 0{\cdot}020\, de'$
X. . . .	April 18 . . .	$+1{\cdot}75 + 0{\cdot}124\, de'$ . . .	$+0{\cdot}35 + 0{\cdot}082\, de'$
XI. . . .	April 22 . . .	$+2{\cdot}26 + 0{\cdot}237\, de'$ . . .	$+0{\cdot}31 + 0{\cdot}179\, de'$
XII. . . .	April 30 . . .	$-3{\cdot}29 + 0{\cdot}474\, de'$ . . .	$-0{\cdot}35 + 0{\cdot}267\, de'$

Für verschiedene Annahmen von $de' = 10000\, de$ gibt nun das unten aufgestellte Schema die dann noch vorhanden bleibenden Fehler mit den entsprechenden Umlaufszeiten.

10000 *de*	−15	−10	−5	9·192	0	5	10	15
Umlaufszeit in Jahren	11685	21468	60724	8,332000	∞	∞	∞	∞
	$d\lambda \cos\beta$							
Normalort I.	+ 9·2	+6·8	+4·4	+2·0	+2·0	−0·5	−2·9	−5·3
„ II.	+ 3·0	+1·7	+0·5	−0·6	−0·7	−1·9	−3·1	−4·4
„ III.	− 1·0	−1·2	−1·5	−1·8	−1·8	−2·1	−2·3	−2·6
„ IV.	+ 0·7	+0·7	+0·7	+0·5	+0·6	+0·6	+0·6	+0·6
„ V.	+ 1·6	+1·7	+1·7	+1·7	+1·8	+1·8	+1·9	+1·9
„ VI.	− 0·8	−1·0	−1·3	−1·5	−1·5	−1·8	−2·0	−2·2
„ VII.	+ 1·2	+0·7	+0·3	−0·1	−0·1	−0·5	−0·9	−1·3
„ VIII.	+ 1·2	+0·6	+0·2	−0·2	−0·2	−0·6	−1·1	−1·5
„ IX.	− 5·0	−4·9	−4·7	−4·6	−4·6	−4·5	−4·3	−4·2
„ X.	− 0·1	+0·5	+1·1	+1·7	+1·7	+2·4	+3·0	+3·6
„ XI.	− 1·3	−0·1	+1·1	+2·2	+2·3	+3·4	+4·6	+5·8
„ XII.	−10·4	−8·0	−5·5	−3·4	−3·3	−0·9	+1·4	+3·8
Summe der Fehlerquadrate	235·8	144·1	83·8	53·5	53·8	54·1	84·0	145·7

10000 de Umlaufszeit in Jahren	—15 11685	—10 21468	—5 60724	9·192 8,332000	0 ∞	5 ∞	10 ∞	15 ∞
				$d\delta$				
Normalort I......	—6·8	—3·4	—0·1	+3·1	+3·2	+6·6	+9·9	+13·2
„ II.. ...	—9·4	—6·9	—4·4	—2·0	—2·0	+0·5	+2·9	+ 5·4
„ III......	—2·4	—2·5	—2·6	—2·7	—2·7	—2·8	—3·0	+ 3·1
„ IV......	+3·2	+2·5	+1·8	+1·1	+1·0	+0·3	—0·5	— 1·2
„ V......	+5·6	+4·4	+3·0	+1·9	+1·9	+0·6	—0·6	— 1·8
„ VI......	+4·8	+3·2	+1·6	0·0	—0·1	—1·7	—3·3	— 5·0
„ VII......	+3·6	+2·1	+0·7	—0·7	—0·8	—2·2	—3·7	— 5·1
„ VIII......	+2·1	+1·0	—0·1	—1·2	—1·2	—2·3	—3·4	— 4·5
„ IX......	+0·2	+0·1	0·0	—0·1	—0·1	—0·2	—0·3	— 0·4
„ X......	—0·9	—0·5	—0·1	+0·3	+0·3	+0·8	+1·2	+ 1·6
„ XI......	—2·4	—1·5	—0·6	+0·3	+0·3	+1·2	+2·1	+ 3·0
„ XII......	—4·3	—3·0	—1·7	—0·4	—0·4	+1·0	+2·3	+ 3·7
Summe der Fehlerquadrate......	247·5	118·2	44·7	28·0	28·6	68·2	193·4	314·4